## Problemas propuestos en la I Olimpiada Tornamira

**1.-** Una mercancía se encareció en un 10 % y luego se abarató en un 10 %.
¿Cuándo era más barata, antes de encarecerla o después de abaratarla?

**1.-** Hasieran %10 garestiagotu zuten, eta gero %10 merkeagotu zuten produktu bat, noiz zen merkeago, hasieran ala amaieran?

*Solución:*

Es más barata después de abaratarla. El 10% de la segunda cantidad es un número mayor. Si el precio inicial es P el precio final será 1,1 x P x 0,9 = 0,99P < P.

**2.-** 15873 x 2 x 7 = 222222
15873 x 3 x 7 = 333333
15873 x 4 x 7 = 444444
15873 x 5 x 7 = 555555
15873 x 6 x 7 = 666666
15873 x 7 x 7 = 777777
15873 x 8 x 7 = 888888
15873 x 9 x 7 = 999999

¿Puedes decir razonadamente el resultado de 15873 x 7?

**2.-** Erabilitako arrazoiamendua esplikatuz, esan al dezakezu, biderkaketa egin gabe, zenbat den 15873x7?

*Solución:*

Se observa que 15873 x N x 7 = NNNNNN, como 15873 x 7 = 15873 x 1x 7 = 111111

**3.-** En la siguiente secuencia di el número que ocupa el lugar 198:

0, -1, 1, 0, -1, 1, 0, -1, 1, 0, ...

*OBSERVACIÓN: No vale el ir escribiendo hasta llegar al 198, porque el problema sería aburrido.*

**3.-** Hurrengo segidan, zein zenbaki izango dugu 198-garren tokian?

0, -1 , 1 , 0 , -1 , 1 , 0 ,-1, 1, 0,.....
*OHARRA*.- Ez du pena merezi segidaren elementu guztiak idazteak, aspertuko baitzara.

*Solución:*

Será el 1 pues todos los términos que ocupan lugar múltiplo de 3 toman el valor 1, y 198 es múltiplo de 3.

**4.-** En cierto poblado africano viven 800 mujeres. De ellas, el 3 % se adorna con un sólo pendiente. Del 97 % restante la mitad usa dos pendientes, y la otra mitad, ninguno.

¿Cuántos pendientes llevan en total estas mujeres?

**4.-** Afrikako herri batean 800 emakume bizi dira. Kopuru horretatik %3-ak belarritako bana eramaten du, beste %97-ren artean, erdiak bina belarritako eta beste erdiak bat ere ez dute eramaten. Emakume guztien artean zenbat belarritako eramaten dute?

Solución:

800 pendientes, pues todo ocurre como si cada mujer llevara un pendiente

**5.-** En el siguiente cuadro, los números de partida al atravesar los compartimentos A, B, C y D sufren una transformación. En cada compartimento, la transformación es siempre la misma. Observa los dos primeros casos resueltos y completa los demás.

**5.-** Ondoko taulan hasierako zenbakiak aldatzen dira A, B, C eta D "kutxetatik"pasatzean. Kutxa bakoitzean aldaketa berdina dugu beti. Estudia itzazu bi lehenengo kasuak eta osatu beste laurak.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16 → | → 20 → | → 40 → | → 30 → | → 15 |
| 7 → | → 11 → | → 22 → | → 12 → | → 6 |
| 20 → | → → | → → | → → | → |
| 101 → | → → | → → | → → | → |
| → | → → | →100 → | → → | → |
| X → | → → | → → | → → | → |

*Solución:*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16 → | → 20 → | → 40 → | → 30 → | → 15 |
| 7 → | → 11 → | → 22 → | → 12 → | → 6 |
| 20 → | → 24 → | → 48 → | → 38 → | → 19 |
| 101 → | → 105 → | → 210 → | → 200 → | → 100 |
| 46 → | → 50 → | → 100 → | → 90 → | → 45 |
| ξ → | → ξ + 4 → | → 2ξ + 8 → | → 2ξ–2 → | → ξ–1 |

**6.-** Txomin y Aitor han de meter 100 huevos en estuches de una docena. Para saber los estuches que necesitarán efectúan los siguientes cálculos:

$$\begin{array}{l|l} 25 & 3 \\ \cline{2-2} 1 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 100 & 12 \\ \cline{2-2} 4 & 8 \end{array}$$

Txomin: Aitor: $\frac{100}{12} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$ y

Obteniendo las siguientes conclusiones:

Txomin: necesito 8 estuches y sobran cuatro huevos.
Aitor: necesito 8 estuches y sobra un huevo.
¿Sabrías explicar por qué el cálculo de Aitor es incorrecto?

**6.-** Txomin eta Aitorrek 100 arraultze dozenaka sartu behar dituzte ontzitan. Behar duten ontzi kopurua jakiteko, ondoko kalkuluak egin dituzte:

Txomin: Aitor: $\frac{100}{12} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$ y

$$\begin{array}{r|l} 25 & 3 \\ \hline 1 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 12 \\ \hline 4 & 8 \end{array}$$

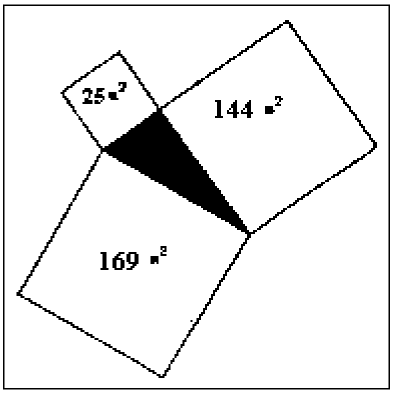
Ondorioz, Txominek zera dio: 8 ontzi behar ditu eta 4 arraultze sobra direla. Aitorrek, ordea, 8 ontzi behar ditu eta arraultze bakar bat sobra dela. Azaldu al dezakezu non dagoen akatsa?

*Solución:*

Al dividir dividendo y divisor por un número, el resto queda dividido por ese número.

**7.-** La zona sombreada representa un lago. ¿Cuál es la superficie del lago?

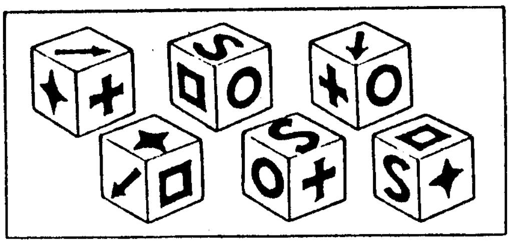
**7.-** Azalera beltzak laku bat adierazten du. Zein da bere neurria?




*Solución:*

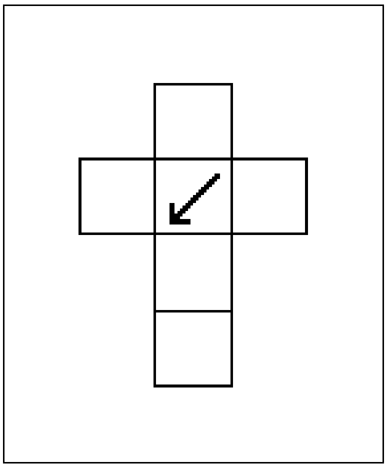
Se trata del área de un triángulo rectángulo de base 5m y de altura 12m.Luego su superficie será 30 $m^2$.

**8.-** En el siguiente cuadro puedes observar seis vistas de un mismo cubo:

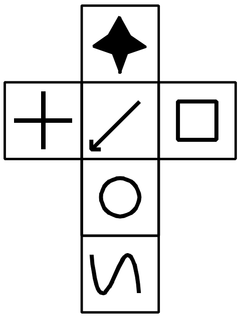


En el siguiente desarrollo del cubo debes dibujar las formas del anterior para que al montarlo nos quede el mismo cubo de arriba. *OBSERVACIÓN: Tened cuidado con la orientación de la "S".*

**8.-** Ondoko irudian kubo bat sei ikuspuntutatik begiratuta nola ikusten den adierazten da. Marraz ezazu kubo horren garapena.
OHARRA.- Kontuz S-ren orientabidearekin.



*Solución:*



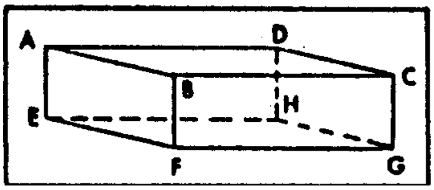
**9.-** Un grupo de amigos se junta para tomar una taza de café. La quinta parte del grupo toma, además, una coronilla. A la hora de pagar le dan al camarero 525 ptas. Si cada café cuesta 90 ptas. y cada coronilla 67 ptas, ¿cuántas pesetas le dan al camarero de propina?

**9.-** Lagun batzuk kafetxo bat hartzera bildu dira. Taldearen bostenak gozoki bana hartu du gainera. Ordaintzean, bargizonari 525 pta. eman dizkiote. Kafe bakoitzaren prezioa 90 pta. eta gozoki bakoitzarena 67 pta. badira, zenbat pta. sobra dira bargizonarentzat?

*Solución:*

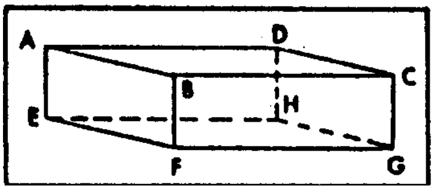
El número de amigos debe ser múltiplo de 5 para que el número de coronillas sea un entero, por tanto son 5 amigos, pagan 5 cafés y una coronilla y dejan 8 ptas de propina

**10.-** Una araña se desplaza del vértice A al vértice G, siguiendo como camino las aristas del ortoedro de la figura.
La araña puede seguir el camino que se le antoje, siempre que lo haga en sentido horizontal o hacia abajo, *nunca puede dirigirse hacia arriba ni pasar dos veces por la misma arista en cada uno de los caminos.*



¿Podrías calcular el número de posibles caminos que puede seguir la araña en su propósito? *OBSERVACIÓN: Procura seguir un cierto método en la investigación de este problema porque de lo contrario ¡te vas a liar mucho!*

**10.-** Irudiko ortoedroaren aristetatik, A puntutik G-ra armiarma bat ibiltzen da. Armiarmak nahi duen bidea segi dezake arau honekin : Sentzu horizontalean edota beherantz mugi daiteke, *baina inoiz ez gorantz, eta bide bakoitzean ezin du pasa behin baino gehiagotan arista berberatik.*




Kalkula ezazu zenbat bide desberdin segi dezake armiarmak.
OHARRA.- Oso komenigarria zaizu metodo sistematikoren bat erabiltzea.

*Solución:*

Los caminos posibles son:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ABFG | ABFEHG | ABCG | ABCDHG | ABCDHEFG |
| ABCDAEHG | ABCDAEFG | AEFG | AEHG | ADHG |
| ADHEFG | ADCG | ADCBFG | ADCBFEHG | ADCBAEFG |
| ADCBAEHG | | | | |

**Problemas propuestos en la II Olimpiada Tornamira**

**1.-** El perímetro de un rectángulo es 28 cm. La base es 10 cm. más que la altura. ¿Cuánto mide la base?. ¿Cuál es el área?

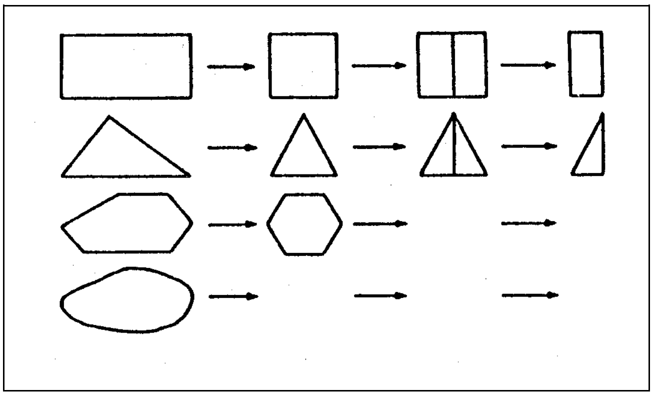
**1.-** Laukizuzen baten perimetroak 28 zm. ditu. Oinarria altuera baino 10 zm. luzeagoa bada, zein da oinarriaren luzeera? eta laukizuzenaren azalera?

*Solución:*

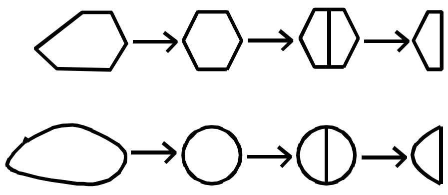
Si h = altura del rectángulo, resolviendo la ecuación $h + ( h + 10 ) = 14$ obtenemos que $h = 2$.
Por lo que la base mide 12 cm. y la altura 2 cm. y el área del rectángulo será 24 $cm^2$.

**2.-** A la vista de las dos primeras secuencias completas, ¿podrías completar las dos últimas?

**2.-** Lehenengo bi lerrootan agertzen diren sekuentziak kontutan hartuta, osa al ditzakezu azkeneko biak?



*Solución:*



**3.-** Montse, Iosu, Eva y Alberto son muy aficionados a pasarse tardes enteras jugando al parchís. Siempre juegan o bien dos o bien los cuatro, pero si juegan dos, siempre uno es chico y el otro chica.
Montse no puede jugar los martes, miércoles y sábados. Iosu está libre los lunes, miércoles y jueves. Eva tiene que atender otras obligaciones los lunes y jueves, y Alberto puede jugar los lunes, martes y viernes. Los domingos no juegan nunca.
Indica qué días juega una pareja y qué días juegan los cuatro?

**3.-** Montse, Iosu, Eva eta Alberto partxiszale amorratuak dira. Bi ala laurek jolastu ohi dute. Bi aritzen diren guztietan, bata neska eta bestea mutila izaten dira.
Montsek ezin du jolastu ez astearte, ezta asteazken, ezta larunbatetan ere. Evak astelehen eta ostegunetan beste zeregink izaten du, eta Alberto jolas dezake astelehen, astearte eta ostiraletan. Igandeetan ez dute inoiz ere jolasten. Esaiguzu noiz jolasten duen bikote batek eta noiz laurek.

*Solución:*

| Jugador | lunes | martes | miércoles | jueves | viernes | sábado |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Montse | Sí | no | no | Sí | Sí | no |
| Iosu | Sí | no | Sí | Sí | no | no |
| Eva | no | Sí | Sí | no | Sí | Sí |
| Alberto | Sí | Sí | no | no | Sí | no |

Luego:
El lunes juega Montse con uno de los chicos.
El martes " Eva con Alberto.
El miércoles " Eva con Iosu.
El jueves " Montse con Iosu.
El viernes juega Alberto con una de las chicas.
El sábado no hay partida.
Ningún día juegan los cuatro.

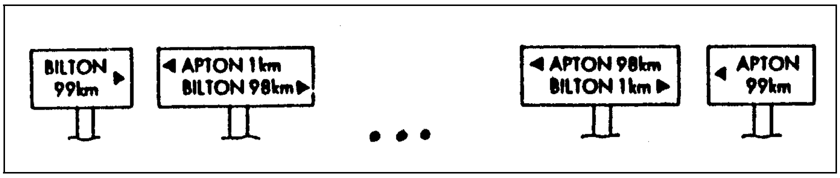
**4.-** Las personas que asistieron a una reunión se estrecharon la mano. Uno de ellos advirtió que los apretones de mano fueron 66. ¿Cuántas personas concurrieron a la reunión?

**4.-** Bilera batean egon ziren pertsona guztiek elkar agurtu zuten bostak ematen. Batek kontatu zuen 66 agurketa izan zirela. Zenbat pertsona zeuden bileran?

*Solución:*

Cada persona saluda a todas las demás, si hay n personas cada una dará ( n –1 ) apretones de mano. El número de apretones sería: n x (n-1). Esto contaría dos veces los saludos pues A saluda a B y en el mismo apretón de manos B está saludando a A, por tanto: $\frac{n.(n-1)}{2} = 66 \Rightarrow n.(n-1) = 132$ como 132 = 12 x 11, a la fiesta acuden 12 personas

**5.-** Las ciudades británicas de Apton y Bilton distan entre sí 99 km. En cada kilómetro hay señales como las que se indican en la figura:




Se pide calcular el número de señales en que sólo aparecen **dos cifras distintas**.

**5.-** Apton eta Bilton hirien arteko distantzia 99 km. da. Kilometro bakoitzean ondoko hauek bezelako kartelak daude:

Kalkula ezazu zenbat kartel dauden non bi zifra desberdin besterik ez baitira agertzen.

*Solución:*

Los números de cada señal suman 99.Las posibles señales de dos sifras distintas serán las correspondientes a sumas del tipo:

1º. aa + bb de donde se deduce que (10a+a) + (10b+b) = 10(a+b)+(a+b) = 99 luego a+b = 9.
2º. ab+ba de donde se deduce que ( 10a+b) + (10b+a) = 10 (a+b) + ( a+b) = 99 luego a+b=9.
3º. ab+ab. está opción es imposible pues la suma daría par y es 99.
4º. a + ab. de donde obtenemos que a + 10a+b = 11a+b=99 por lo que a = 9 y b=0.
5º. a + ba. de donde a + 10b+a= 10b+2a=99 Imposible pues la suma daría siempre un número par.
Por lo tanto hay 18 señales distintas en las que sólo aparecen dos cifras distintas que son:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tipo 1º | ◂ APTON | 11 | 22 | 33 | 44 | 55 | 66 | 77 | 88 |
| | BILTON ▸ | 88 | 77 | 66 | 55 | 44 | 33 | 22 | 11 |
| Tipo 2º | ◂ APTON | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |
| | BILTON ▸ | 81 | 72 | 63 | 54 | 45 | 36 | 27 | 18 |
| Tipo 4º | ◂ APTON | 9 | 90 | | | | | | |
| | BILTON ▸ | 90 | 9 | | | | | | |

**6.-** Un niño tiene una colección de 10 cubos. El 1º es de 1 cm. de arista, el 2º de 2 cm., el 3º de 3 cm., y así sucesivamente hasta el 10º de 10 cm.
¿Puedes construir, utilizando todos los cubos, dos torres de la misma altura? - Muestra cómo o explica "por qué" no puedes hacerlo-.
En cambio si se tiene, además, un cubo de 11 cm. puedes conseguirlo siempre. ¡Muestra cómo y si puedes hazlo de varias formas!.

**6.-** Haur batek 10 kubo dauzka. 1.aren aristak zentimetro bat du luzeera, 2.arenak 2 zm., 3.arenak 3 zm.,.....etab., 10.aren aristak 10 zm. neurria du.
Eraiki al ditzakezu, hamar kuboak erabiliz, altuera berdineko bi dorre desberdin? zergatik?
Egiazta ezazu hamar horien gainera 11 zm.-tako beste kubo bat baduzu era desberdinetan egin dezakezula lan hori.

*Solución:*

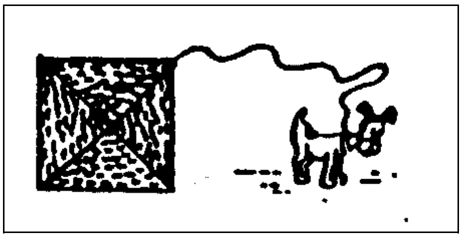
La suma de todos los cubos es 55, luego para hacer dos torres iguales cada una debería medir 27´5 cm, imposible con los cubos que tenemos.
Si además tenemos el cubo de 11 cm, podemos hacer dos torres de 33 cm cada una.
Hay muchas soluciones:

| Primera torre | Segunda torre |
|---|---|
| 10 11 9 3 | 1 2 4 5 6 7 8 |
| 10 11 8 4 | El resto |
| 10 11 7 5 | el resto |
| 1 4 5 11 9 3 | |
| …… | |

**7.-** Un perrito se encuentra atado con una cadena de 8 metros de longitud fijada en la esquina de una casita cuadrangular de 4 metros de lado

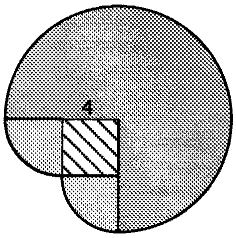
a) Dibuja la zona por la cual se puede desplazar el perrito.
b) Halla el área de dicha superficie.

**7.-** 4 metro aldeko etxe karratu baten izkina bati, lotuta dugu txakurtxo bat 8 m.-ko kate batez.
Marraz ezazu txakurtxoa ibil daitekeen aldea eta kalkulatu bere azalera.



*Solución:*

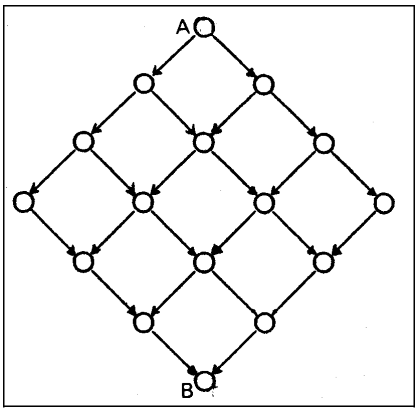
El área que buscamos es: 3/4 del área de un círculo de radio 8 m y 1/2 del área de un círculo de radio 4m.




$$S = \frac{3}{4}\pi.8^2 + \frac{1}{2}\pi.4^2 = 56\pi \ m^2$$

**8.-** La figura muestra el esquema de jerarquía en la comunicación que existe entre los integrantes de una empresa. Cada círculo representa a una persona y las flechas indican las direcciones que pueden seguir las órdenes que circulan dentro de la empresa.
¿Por cuántos caminos distintos puede ir una orden que sale de (A) -el Presidente- y llega a (B) -el Ordenanza-.

**8.-** Enpresa baten partaideen arteko jerarkia-eskema, ondoko irudiak azaltzen du. Biribil bakoitzak pertsona bana adierazten du, eta geziek, barne aginduek jarrai ditzaketen bideak.
A-gandik (Presidentea) B-ganaino (Ordenantza) doan agindu batek zenbat bide desberdin jarrai dezake?




*Solución:*

Llamaremos I a bajar hacia la izquierda y D a bajar hacia la derecha.
Para ir de A a B hay que recorrer 3 caminos I y 3 caminos D. El número de caminos coincide con el número de ordenaciones distintas que se pueden hacer de la secuencia IIIDDD. Son estas 20:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| IIIDDD | IIDIDD | IIDDID | IIDDDI | IDIIDD |
| IDDIID | IDDDII | IDIDID | IDIDDI | IDDIDI |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| DDDIII | DDIDII | DDIIDI | DDIIID | DIDDII |
| DIIDDI | DIIIDD | DIDIDI | DIDIID | DIIDID |

## Problemas propuestos en la III Olimpiada Tornamira

**1.-** Una marca de chicles sube el precio en un 100%, de 5 a 10 pesetas. Como apenas hay ventas vuelven a bajar el precio a 5 pesetas. ¿Qué porcentaje se ha bajado?

**1.-** Txikle entrepresa batek prezioa 5etik 10 pezetara igo zuen, beraz % 100. Jendeak erosten ez duenez, prezioa berriro 5 pezetatan jarri dute, oraingo beherapena ehuneko zenbat izan da?

*Solución:*

Baja el precio un 50%, porque lo deja reducido a la mitad.

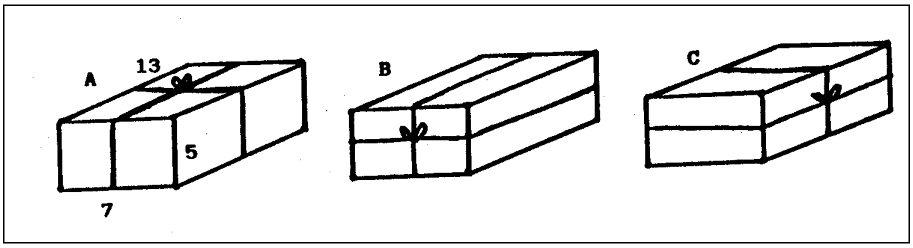
**2.-** Quieres realizar la multiplicación 1286 x 698 con tu calculadora, pero la tecla de multiplicar no funciona.
Explica cómo realizarías el cálculo del modo más breve posible usando la calculadora.

**2.-** Kalkulagailuz 1286x698 biderkadura egin nahi duzu, bainan biderkatzekop tekla ez dabil. Esaiguzu nola kalkulatuko zenuken, kalkulagailua erabiliz, era errezenez.

*Solución:*

128600 (tecla+)(tecla = 7 veces) consigue multiplicar por 700, luego (tecla-) 1286 dos veces y obtienes el resultado que buscabas.

**3.-** En las siguientes figuras tienes una caja de dimensiones 5, 7 y 13, atada de diversas maneras.




Calcula la longitud de cordel utilizado en cada caso sin tener en cuenta el nudo.
Considera ahora una caja de dimensiones a, b, c, que verifican $a < b < c$. Explica qué precaución deberás tomar para utilizar la menor cantidad de cordel a la hora de atar la caja.

**3.-** Irudian ba duzu 5,7 eta 13 dimentsioetako kutxa hiru eratan lotuta.
Kalkula ezazu zenbat kordel erabili den kasu bakoitzean korapiloa kontutan izan gabe.
Eman dezagun a,b,c dimentsioetako kutxa dugula non $a<b<c$ diren. Nola egin beharko duzu kutxa lotzean ahalik eta kordel gutxien erabiltzeko.

*Solución:*

| Caja | Longitud del cordel |
|---|---|
| A | 60 = 5 + 5 + 7 +7 + 13 + 13 + 5 + 5 = 2 x ( 5 + 7 + 13 ) + 2 x 5 |
| B | 76 = 13 + 13 + 5 + 5 + 7 + 7 + 13 + 13 = 2 x ( 5 + 7 + 13 ) + 2 x 13 |
| C | 64 = 7 + 7 + 5 + 5 + 13 + 13 + 7 + 7 = 2 x ( 5 + 7 + 13 ) + 2 x 7 |

En una caja de dimensiones a x b x c siendo a < b < c, para utilizar el menor cordel posible tengo que atar el nudo en la cara de dimensión máxima ( b x c ) , como la caja del tipo A ,y la longitud del cordel que utilizaré será 2 x ( a + b + c ) + 2a.

**4.-** El ayudante de cocina del bar estaba preparando bocadillos de chorizo. Si metía cuatro ruedas en cada bocata le sobraban tres ruedas y si ponía cinco le faltaban 27 ruedas. ¿Cuántos bocadillos estaba preparando?.

**4.-** Bargizonak txorizozko ogitartekoak prestatzen ari zen. Bakoitzean lau txirrindola sartzen bazituen 3 sobra zitzaion, eta bost sartzen bazituen 27 falta. Zenbat ogitarteko prestatzen ari zen?

*Solución:*

Si x es el número de bocadillos, resolviendo esta ecuación $4x+3=5x-27$ tenemos que $x=30$.
Luego preparaba 30 bocadillos con 123 ruedas de chorizo.

**5.-** Encontrar las tres cifras que componen el número, sabiendo que:

123 No hay ninguna cifra común.
456 Hay una cifra común y, además, situada en su lugar.
612 Hay una cifra común, pero mal situada.
547 Hay una cifra común, pero mal situada.
843 Hay una cifra común y, además, situada en su lugar.

**5.-** Ondoko informazioa kontutan izanik, kalkula ezazu pentsatu dugun hiru zifra desberdineko zenbakia.

123 zifra komunik ez dago
456 zifra komun bakar bat eta bere lekuan kokaturik
612 zifra komun bat, gaizki kokaturik
547 zifra komun bat, gaizki kokaturik
843 zifra komun bat, leku egokian kokaturik

*Solución:*

Es el número 876.

**6.-** El lado de un cuadrado se alarga en un 3% de su longitud

1º) ¿En qué porcentaje crece el PERÍMETRO del cuadrado?. A esta pregunta las respuestas más frecuentes suelen ser: 12% 3% 6% 9% ¿Cuál es la respuesta correcta?.

2º) ¿En qué porcentaje crece el ÁREA del cuadrado? Las respuestas más frecuentes suelen ser: 12% 3% 6% 9% ¿Cuál es la respuesta correcta?.

**6.-** Karratu baten aldea % 3 luzatzen baldin bada
1) Bere perimetroa % zenbatetan handitzen da?
Erantzun arruntenak % 12, % 3, % 6, % 9 dira; zein da zuzena?
2) Bere azalera % zenbatetan handitzen da?
Erantzun arruntenak % 12, % 3, % 6, % 9 dira; zein da zuzena?

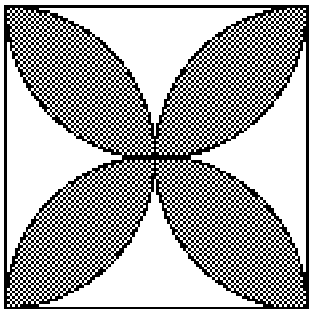
*Solución:*

1º) El perímetro crece en la misma proporción que el lado, es decir el 3%.

2º)El área crece un 6.09% puesto que si antes tenía de lado x ahora el lado es 1.03x por tanto el área= $(1.03x)^2 = 1.0609x^2$

**7.-** En un cuadrado de lado 8 se inscribe a base de semicírculos la flor que se observa en la figura. ¿Qué área tiene?.

**7.-** Kalkula ezazu karratuan inskribatutako "lorea"-ren azalera karratuaren aldea 8 neurrikoa dela jakinda.



*Solución:*

Al área del cuadrado le quitamos 8 veces la diferencia ente el área de un cuadrado de lado 4 y un cuarto de círculo de radio cuatro: $A_{flor} = 8^2 - 8\left(4^2 - \frac{4^2.\pi}{4}\right) = 32(\pi - 2)u^2$

**8.-** Ejercicio práctico: Los equipos debían calcular el número de adoquines de la plaza semicircular que tenían delante con la única ayuda de un trozo de trencilla de la que sabían que medía exactamente un metro. (Los adoquines eran rectangulares).

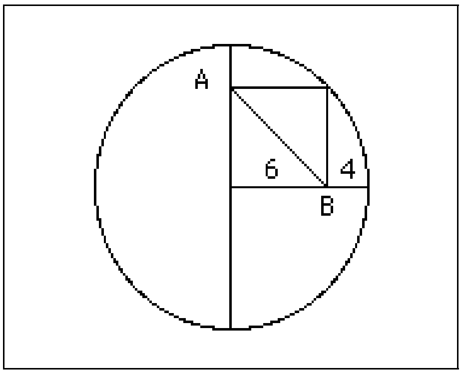
**8.-** Ariketa praktikoa

(metro bateko zinta batez baliatuz, taldeek kalkulatu behar zuten zenbat lauxa zeuden ikastetxeko plaza erdi zirkularrean. Lauxak laukizuzenak ziren)

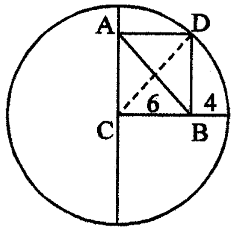
## Problemas propuestos en la IV Olimpiada Tornamira

**1.-** Dadas las dimensiones en cm. que muestra la ilustración, calcular la longitud del segmento $\overline{AB}$ .

**1.-** Irudian agertzen diren neurriak kontutan hartuz, kalkulatu AB segmentuaren luzeera.




*Solución:*




La longitud del segmento $\overline{AB}$ será igual que la longitud del segmento $\overline{CD}$ pues son las diagonales del rectángulo ACBD . Luego la longitud pedida será de 10 unidades al coincidir con el radio de la circunferencia dada.

**2.-** Dos personas mondaron 400 patatas. Una de ellas mondaba 3 patatas por minuto y la otra 2. La segunda trabajó 25 minutos más que la primera. ¿Cuánto tiempo trabajó cada una?

**2.-** Bi pertsonek 400 patata zuritu zituzten, batak minutuko 3 patata eta besteak minutuko 2. Bigarrenak lehenak baino 25 minutu gehiagotan egin zuen lan. Zenbat denboratan lan egin zuen bakoitzak?

*Solución:*

Imaginemos que las personas se llaman Luis y Ana respectivamente.

1ª forma:
Ana en esos 25 minutos pela 50 patatas.Luego pelan (400-50) = 350 patatas entre los dos a una marcheta de 5 patatas por minuto. Así en $\frac{350}{5} = 70$ minutos se pelan todas.Por lo tanto Luis está 70 minutos trabajando ( 70 x 3= 210 patatas peladas) y Ana 70 + 25 = 95 minutos trabajando ( 95 x 2 = 190 patatas peladas) .

2ª forma:
Sea x = tiempo que invierte Luis en pelar sus patatas.

y = tiempo que invierte Ana.

Resolviendo el sistema :

$$\begin{cases} x = y - 25 & \text{( Luis tarda en pelar sus patatas 25 minutos menos que Ana)} \\ 3x + 2y = 400 & \text{( La suma de patatas peladas entre ambos es de 400 )} \end{cases}$$

Obtendremos como solución x = 70 minutos , y = 95 minutos

**3.-** En la siguiente suma, cada cifra está sustituida por una letra. ¿Qué número representa cada letra si sabemos que la R es el 5 y que la U es el 6?

**3.-** Batuketa honetako letra bakoitzari zenbaki bat dagokio. U-aren balioa 6 eta R-rena 5 direla jakinda, zein da letra bakoitzaren balioa?

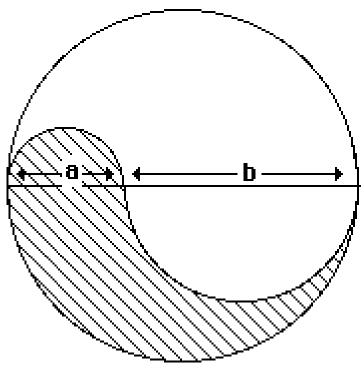
```
    G O I Z
 +G O R R I
 ----------------
  E B I T S U
```

*Solución:*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B = 0 | E = 1 | I = 2 | O = 3 | Z = 4 | S = 7 | T = 8 | G = 9 |

**4.-** ¿Qué relación guardan las partes blanca y rayada del círculo en la figura si b = 2a?

**4.-** b = 2a dela jakinda, zein erlazio dago irudiaren zati zuria eta marradunaren artean?




*Solución:*

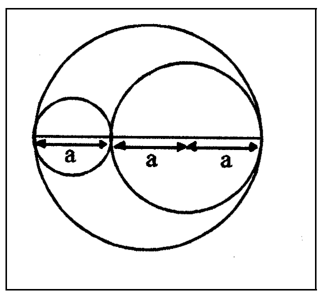
$C_1$ = círculo grande de diámetro 3a .

Área de $C_1 = \pi\left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{9\pi a^2}{4}$

$C_2$ = círculo mediano de diámetro 2a

Área de $C_2 = \pi a^2$

$C_3$ = círculo pequeño de diámetro a



Área de $C_3$ = $\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$

Área de la zona rayada $= \frac{\textit{Área}\text{ de }C_3}{2} + \frac{\textit{Área}\text{ de }C_1}{2} - \frac{\textit{Área}\text{ de }C_2}{2} = \frac{3\pi a^2}{4}$

Área de la zona blanca $= \frac{\textit{Área}\text{ de }C_2}{2} + \frac{\textit{Área}\text{ de }C_1}{2} - \frac{\textit{Área}\text{ de }C_3}{2} = \frac{6\pi a^2}{4}$

Luego la parte blanca tiene el doble de área que la parte rayada.

**5.-** Siguiendo una regla numérica hemos completado la primera serie de números. ¿Sois capaces de completar las otras dos? ¿Cuál es la regla?

**5.-** Arau bat jarraituz, zenbakien lehenengo zutabea osatu dugu. Osa itzazue zuek beste biak. Zein da jarraitu dugun araua?

| A | B | C |
|---|---|---|
| 3<br>14<br>58<br>234<br>938 | 1<br>6<br>26 | 5 |

*Solución:*

| A | B | C |
|---|---|---|
| 3<br>14<br>58<br>234<br>938 | 1<br>6<br>26<br>**106**<br>**426** | 5<br>**22**<br>**90**<br>**362**<br>**1450** |

La regla a seguir es:" *multiplicar por cuatro el número superior y sumarle dos*."

**6.-** A una fiesta acuden 22 personas. María baila con 7 muchachos, Silvia con 8, Amaia con 9, y así hasta llegar a Maite que baila con todos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la fiesta?

**6.-** Festa batean 22 neska-mutil bildu dira. Mariak 7 mutikorekin egin du dantza, Silviak 8-rekin, Amaiak 9-rekin, eta honela jarraituz Maitek (azkenak) mutiko guztiekin egin du dantza. Zenbat mutil eta zenbat neska daude festan?

*Solución:*

Hay 6 chicos más que chicas. Si x = nº de chicas, (x + 6) = nº de chicos y como en total hay 22 personas tendremos que x + ( x + 6 ) = 22 por lo que 2x = 16 y x = 8. Por lo tanto en la fiesta hay 8 chicas y 14 chicos.

**7.-** El número de participantes en esta Olimpiada estaba previsto en más de 100 y menos de 120. Su número es tal que si se agrupan de 5 en 5, sobran 2; si se agrupan de 2 en 2, sobra 1 y si se agrupan de 3 en 3 no sobra ninguno. ¿Cuál es el número previsto?

**7.-** Olinpiada honen partaideen kopurua, 100 baino handiagoa eta 120 baino txikiagoa izan behar zen. Partaide horiek bosnaka biltzen badira, bi sobra dira; binaka biltzen badira, bat sobra da eta hirunaka biltzen badira ez da inor sobra. Zein da kopuru hori?

*Solución:*

Dicho número será:

- Múltiplo de 3 (si agrupamos de 3 en 3 no sobra ninguno)
- Impar ( si agrupamos de 2 en 2 sobra uno)
- Sólo puede acabar en 2 ó 7 ( si agrupamos de 5 en 5 sobran 2 )
- En 2 no puede acabar pues el número es impar.
- Sólo pueden ser el 117 ó 107 ( pues el número buscado está entre 100 y 120)
- Como el 107 no es múltiplo de tres, habrá previsiblemente 117 participantes.

**8.-** Hemos rellenado un grupo de tarjetas escribiendo en un lado una letra y en el otro un número. Alguien dice que si una tarjeta tiene una vocal en un lado, entonces en el otro lado tiene un número par. Para comprobar si esa regla es cierta o no, ¿a cuál o cuáles de estas tarjetas tendremos que dar la vuelta? ¿por qué?

**8.-** Txartel talde bat markatu dugu txartel bakoitzaren alde batean letra bat eta bestean zenbaki bat idatziz. Norbaitek proposatu du ondoko araua: "Baldin txartel batek alde batean bokal bat badauka, orduan bestean zenbaki bakoiti bat dauka". Arau hori egia den ala ez egiaztatzeko, ondoko txartel hauetatik zein ala zeintzu bueltatu beharko duzu? zergatik?

$\boxed{A}$ $\boxed{M}$ $\boxed{4}$ $\boxed{7}$

*Solución:*

Tendrán que volverse la A y el 7.

- Porque la A es una vocal y puede tener un número impar en el otro lado.
- Porque el 7 es impar y puede tener una vocal en el otro lado.
- Las otra dos cartas no nos importan porque pueden tener cualquier opción.

## Problemas propuestos en la V Olimpiada Tornamira

**1.-** En una pequeña ciudad de 6.000 habitantes se han casado, en un determinado año, el 15% de las mujeres y el 10% de los hombres, realizándose todos los matrimonios exclusivamente entre habitantes de dicha ciudad. Calcula el número de hombres y mujeres de la ciudad.

**1.-** 6.000 biztanle dituen hiri batean, urtebete batean emakumeen % 15-a eta gizonen % 10-a ezkondu dira. Ezkontza guztiak hiri bertako pertsonen artean ospatu badira, zenbat emakume eta zenbat gizon dago hirian?

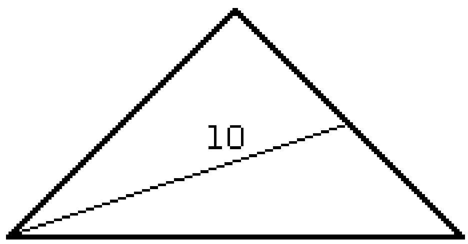
*Solución:*

Si llamamos x al nº de hombres de la ciudad, el número de mujeres será ( 6.000 – x ).

Resolviendo la ecuación: $\frac{15}{100}(6000-x)=\frac{10}{100}x$ obtendremos que x = 3.600. Por lo que en la ciudad habrá 3.600 hombres y 2.400 mujeres.

**2.-** Calcula la hipotenusa y el área de este triángulo rectángulo isósceles, sabiendo que la mediana dibujada mide 10 unidades.

**2.-** Irudian agertzen den erdibidekoaren neurria 10 baldin bada, kalkula itzazue triangelu zuzen isoszele honen hipotenusa eta azalera.




*Solución:*

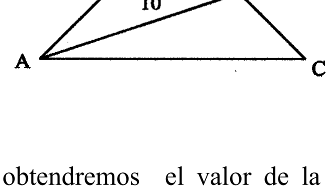
Sean:

x = la medida de los dos catetos iguales $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$.

y = la medida de la hipotenusa $\overline{AC}$.

S = área del triángulo ABC

Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo ABM:




$x^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=10^2$ y operando obtenemos que x = $\sqrt{80}$.

Aplicando ahora el Teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo ABC obtendremos el valor de la hipotenusa y = $\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{160}$.

El área del triángulo ABC será S = $\frac{base\times \text{altura}}{2}=\frac{x^2}{2}$ = 40 $u^2$.

**3.-** Se trata de descubrir las casillas blancas y negras de un tablero. La cifra que aparece en cada casilla indica el número de casillas negras que tiene alrededor (incluida ella misma).

**3.-** Ondoko taulako laukitxoetan agertzen diren zifrek zera adierazten dute: laukitxoaren inguruetako laukitxo beltzen kopurua (berau ere kontutan izanik). Margotu ezazue taula.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 3 | 3 |
| 2 | 4 | 6 | 5 |
| 2 | 4 | 5 | 4 |
| 2 | 3 | 3 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

*Solución:*

B = casillas de color blanco N = casillas de color negro

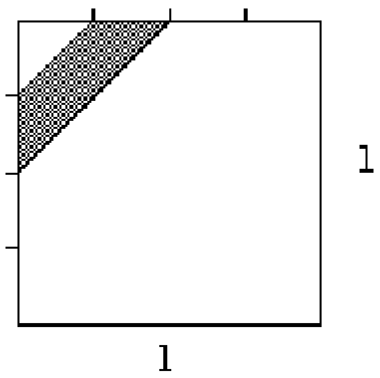
| | | | |
|---|---|---|---|
| B | B | B | N |
| B | B | N | N |
| N | N | N | N |
| B | B | B | B |

**4.-** El aire inspirado contiene en volumen un 21% de oxígeno, y el expirado sólo un 16%. Calcula el volumen de oxígeno consumido por una persona de tu edad durante un sueño de diez horas, sabiendo que hace, por término medio, 18 inspiraciones por minuto de 0,4 litros cada una.

**4.-** Hartzen dugun airearen % 21-a eta botatzen dugunaren % 16-a oxigeno da. Kalkula ezazue zenbat oxigeno erabili duen pertsona bat hamar ordutan, batazbesteko minutuko 18 arnashartze, bakoitza 0,4 litrotakoa, egiten baditu.

*Solución:*

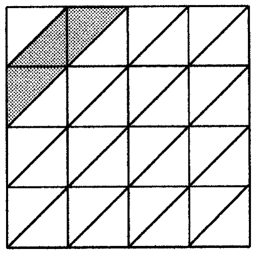
En cada inspiración y expiración se consume un 5% de oxígeno ( 21 – 16 ). Según el promedio indicado 18 x 60 x 10 = 10.800 serán las inspiraciones en las 10 horas de sueño y se habrán inspirado 10.800 x 0,4 = 4.320 litros de aire. Así el 5% de 4.320 = 216 será el volumen de oxígeno consumido.




**5.-** Calcula el área sombreada.

**5.-** Kalkula ezazue zati beltzaren azalera.

*Solución:*



Si dividimos en triángulos iguales la figura, podemos observar que la parte sombreada es $\frac{3}{32}$ del total.Como el área total es $1\,u^2$ el área de la zona sombreada será $\frac{3}{32}u^2$.

**6.-** Sustituye las letras por números en la siguiente operación, sabiendo que una misma letra corresponde a una misma cifra:

**6.-** Eragiketa honetako hizki bakoitzari zifra bat dagokio. Zein da hizki bakoitzaren balioa?

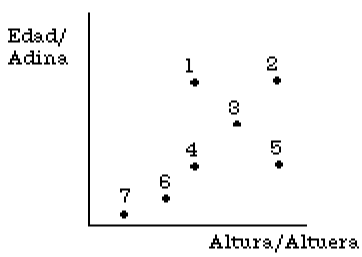
```
  XXY
 - ZX
 ----
   XZ
```

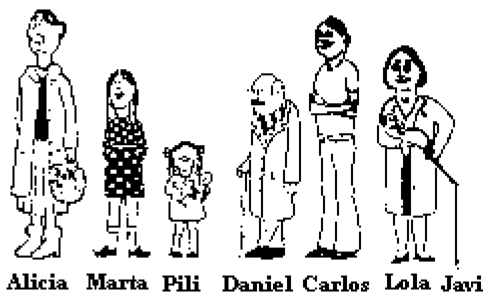
*Solución:*

| | | |
|---|---|---|
| X = 1 | Y = 0 | Z = 9 |

**7.-** Cada una de las siguientes personas está representada por un punto en la gráfica inferior. Indica a qué persona representa cada punto.

**7.-** Ondoko pertsonak puntuez ordezkatuta daude grafikan. Esan zein pertsonaren ordezkari den puntu bakoitza.



*Solución:*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. Daniel | 2.Alicia | 3. Lola | 4. Marta |
| 5. Carlos | 6. Pili | 7. Javi | |

**8.-** Un curioso observador de las propiedades de los números me señaló que: 82 x 14 = 28 x 41 , y me preguntó si seríamos capaces de encontrar todos los pares de números de dos cifras cuyo producto coincide con el producto de los números invertidos.

**8.-** Zenbakizale bat konturatu zen berdintza bitxi honetaz: 82 x 14 = 28 x 41, eta galdetu zigun ea gauza garen horiek bezalako bi zifratako zenbaki bikote (non bere biderkadura eta alderantzizkoen biderkadura berdina den) posible guztiak kalkulatzeko.

*Solución:*

Sean ab y cd los números que cumplen que: ( ab x cd ) = ( ba x dc ).
Como cualquier número de dos cifras ab se puede expresar de la forma (10a + b) tenemos:
( 10a + b ) x ( 10c + d ) = ( 10b + a ) x ( 10d + c ) ; Operando obtenemos que la relación que se debe cumplir es que: a x c = b x d

Como vemos en la siguiente tabla hay 9 productos que conciden, están rodeados con un cículo. Las distintas soluciones se obtendrán en función de estos productos.

| a x c = b x d | Producto (tipo de solución) |
|---|---|
| 2 x 2 = 4 x 1 | 4 (1) |
| 3 x 2 = 6 x 1 | 6 (2) |
| 3 x 3 = 9 x 1 | 9 (3) |
| 4 x 2 = 8 x 1 | 8 (4) |
| 4 x 3 = 6 x 2 | 12 (5) |
| 4 x 4 = 8 x 2 | 16 (6) |
| 6 x 3 = 9 x 2 | 18 (7) |
| 6 x 4 = 8 x 3 | 24 (8) |
| 6 x 6 = 9 x 4 | 36 (9) |

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | | | | | | | |
| 2 | 2 | 4 | | | | | | | |
| 3 | 3 | 6 | 9 | | | | | | |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | | | | | |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | | | | |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | | | |
| 7 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | | |
| 8 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | |
| 9 | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

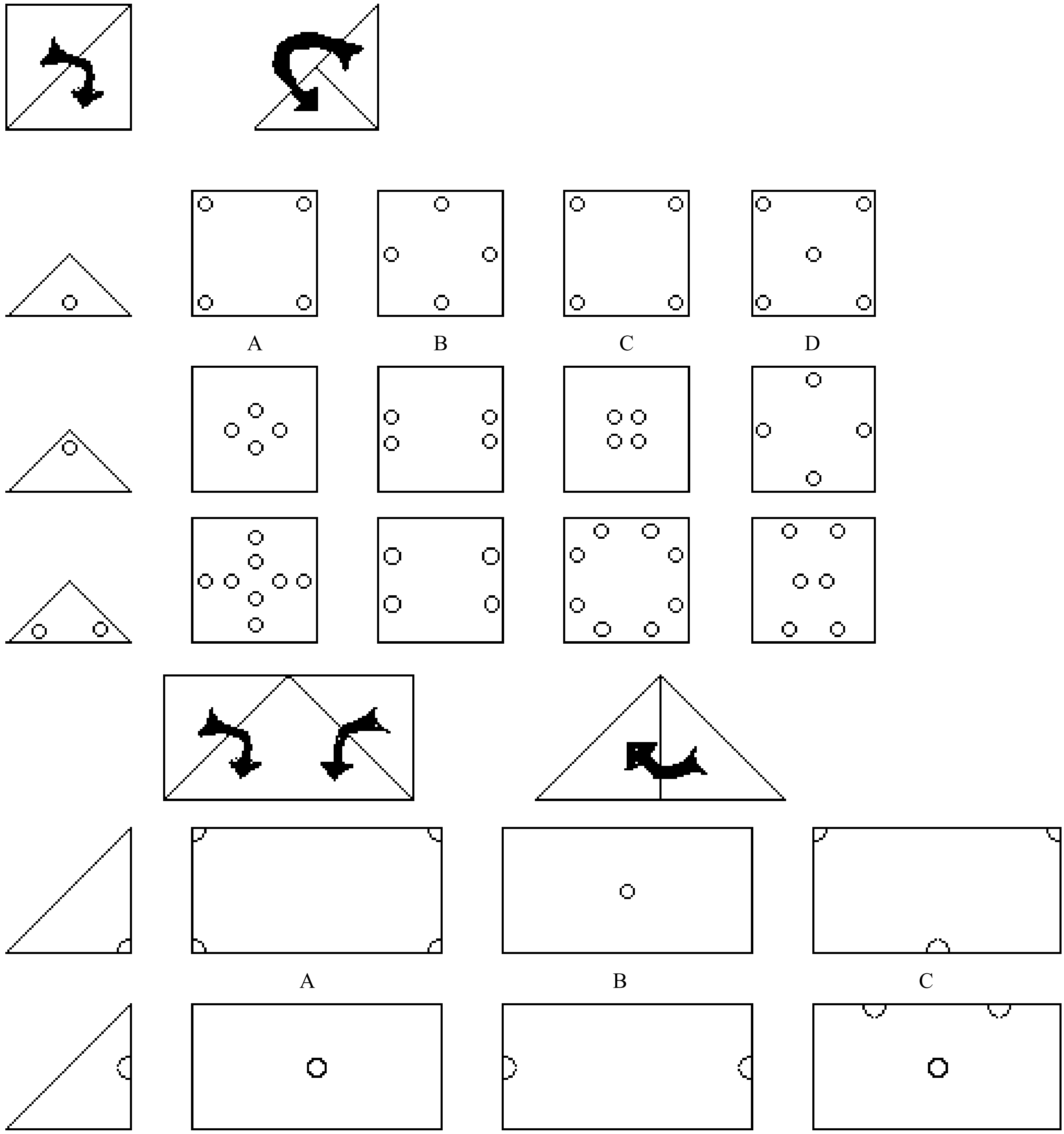
Las soluciones finales obtenidas serán estas 14:

| | | |
|---|---|---|
| (1) 24 x 21 = 42 x 12 | (4) 48 x 21 = 84 x 12<br>41 x 28 = 14 x 82 | (7) 69 x 32 = 96 x 23<br>62 x 39 = 26 x 93 |
| (2) 36 x 21 = 63 x 12<br>31 x 26 = 13 x 62 | (5) 46 x 32 = 64 x 23<br>42 x 36 = 24 x 63 | (8) 68 x 43 = 86 x 34<br>63 x 48 = 36 x 84 |
| (3) 39 x 31 = 93 x 13 | (6) 48 x 42 = 84 x 24 | (9) 69 x 64 = 96 x 46 |

## Problemas propuestos en la VI Olimpiada Tornamira

**1.-** Supongamos que un trozo de papel ha sido plegado y después agujereado como indican las figuras. Encontrar en cada caso el trozo desplegado correspondiente.

**1.-** Suposa ezazue paperezko zati bat irudian adierazten den bezala tolestu eta zulotu egin dugula. Aurki ezazue kasu bakoitzean zein den dagokion paper zabaldua.

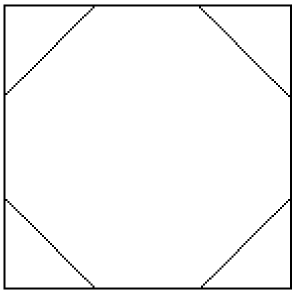



Solución:

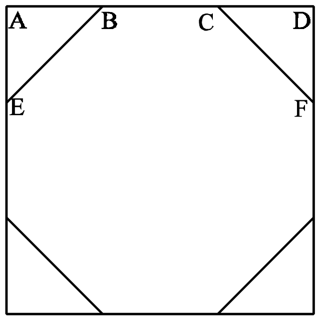
1B , 2A , 3C , 4C , 5C

**2.-** Recortando en cada vértice de un cuadrado de 10 cm. de lado un triángulo rectángulo isósceles (véase dibujo), se ha obtenido un octógono regular. Calcular el lado y el área de este octógono.

**2.-** 10 zm. aldeko karratu bati erpin bakoitzean triangelu zuzen isoszele bat kendu diogu (irudian duzuen bezala) eta, honela, oktogono erregular bat lortu dugu. Kalkula ezazue oktogono horren aldea eta azaleraren neurria.



*Solución:*



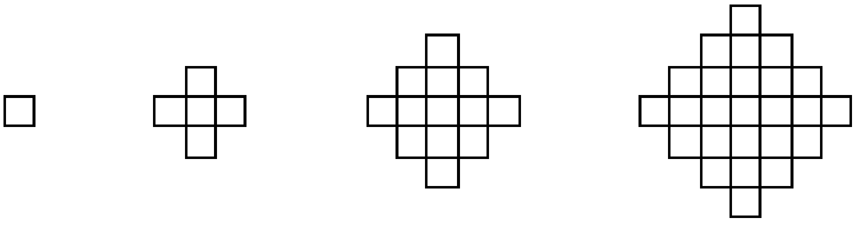

Sea x = longitud de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AE}$.
Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo ABE :
$\overline{EB} = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}x$
Como el octógono es regular $\overline{EB} = \overline{BC}$;
además $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = 10$, luego $x + \sqrt{2}x + x = 10$, por lo que operando tenemos que $\boxed{x = \frac{10}{2+\sqrt{2}}}$

El ládo del octógono será $\overline{EB} = \sqrt{2}x$. S = área del octógono

$$S = \text{área del cuadrado} - 4 \bullet (\text{área del triángulo ABE}) = 100 - 4 \bullet \frac{x^2}{2} = (100 - 2x^2)\ u^2.$$

**3.-** Encontrar una regla que indique cómo se pasa de una figura a la siguiente. Después de 20 pasos ¿cuántos cuadraditos contendrá la figura?

**3.-** Eman ezazue irudi batetik hurrengora nola pasatzen den adierazteko erregela bat. 20 pauso eman ondoren, zenbat karratutxo izango du irudiak?



Inicio 1$^{er}$ paso 2º paso 3$^{er}$ paso

*Solución:*

| Paso | Nº de Cuadrados | Regla |
|---|---|---|
| Inicio | 1 | En cada paso se le suma al número anterior de cuadraditos , 4 por el número de paso en el que nos encontremos. |
| 1º. | 5 = 1 + 4 = 1 + **4 x 1** | |
| 2º. | 13 = 5 + 8 = (1 + 4 x 1) + **4 x 2** = 1 + 4(1+2) | |
| 3º. | 25 = 13 + 12 =( 1 + 4 x 1 + 4 x 2) + **4 x 3** = 1 + 4(1+2+3) | |
| …. | …… | |
| 20º. | 841 = (1 + 4 x 1 + 4 x 2 +….+ 4 x 19) + **4 x 20** = 1+ 4(1 + 2 +…+ 19 + 20) =1+ 4 x 210 = 1+ 840 | |

**4.-** En la siguiente división se han borrado algunas cifras ¿podríais reconstruirla?

**4.-** Ondoko zatiketan zenbait zifra galdu ditugu, berregiteko gauza al zarete?

```
 _2_5_ |325
 ___     1__
 _0__
 _9__
   _5_
   _5_
   000
```

*Solución:*

$$\frac{52650}{325} = 162$$

**5.-** Calcula la cifra de las unidades del número representado por $3^{625}$.

**5.-** Kalkula ezazue $3^{625}$ zenbakiaren batekoen zifra.

*Solución:*

| | |
|---|---|
| $3^1 = 3$ | $3^5 = 243$ |
| $3^2 = 9$ | $3^6 = 729$ |
| $3^3 = 27$ | $3^7 = 2187$ |
| $3^4 = 81$ | $3^8 = 6561$ |

Analizando las sucesivas potencias de 3, observamos que únicamente hay cuatro posibles cifras para las unidades: 3 , 9 , 7 , 1. Dividiendo entonces el exponente entre 4 y analizando el resto tendremos las cuatro posibles opciones:

| Resto | Terminación (unidades) |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 9 |
| 3 | 7 |

Dividiendo 625 entre 4 obtenemos un cociente de 156 y de **resto 1**. Por lo que 625 =156x4+1.
Tendremos que $3^{625} = 3^{156x4} \times 3^1$ y por lo tanto la cifra de las unidades será 3.

**6.-** Fijaros en los dos grandes maceteros prismáticos que decoran este recinto. Si decidiésemos utilizarlos para almacenar agua ¿cuántos litros cabrían en cada uno de ellos?
AYUDA: Como ahora tienen tierra y no lo podéis ver, os decimos que el fondo de cemento tiene un espesor de 10 cms. Además os entregamos una regla de papel de 1 metro.

**6.-** Begira itzazue apain moduan hemen dauden bi mazeta prismatikoak. Urez beteko bagenitu, zenbat litro beharko genuke bakoitzarako?
OHARRA; Laguntza bezala, jakin behar duzue mazeten oinarriak 10 zm. lodiera duela. Neurriak hartzeko balia zaitezte emandako paperezko erregelaz.