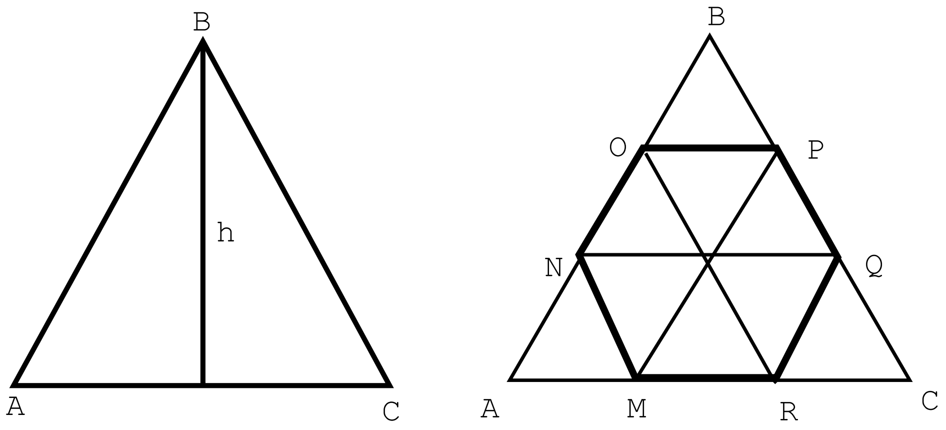
Problemas propuestos en la VII Olimpiada Tornamira

1.- Recortando en cada vértice de un triángulo equilátero de 9 cm. de lado un cierto triángulo equilátero se obtiene un hexágono regular. Calcula el área del hexágono.

1.- 9 zm. aldeko triangelu ekilatero baten erpin bakoitzean triangelu ekilatero bat mozten badugu exagono erregular bat lor dezakegu. Kalkula ezazue exagono horren azalera.

Solución:



$\overline{AC} = 9$; La altura del triángulo ABC será $h = \frac{9\sqrt{3}}{2}$; el área del triángul0 ABC = $\frac{81\sqrt{3}}{4}$ cm^2.

El área del hexágono MNOPQR = $\frac{2}{3}$ del área del triángulo ABC = $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ cm^2.

2.- Utilizando las operaciones que queráis debéis obtener un resultado que valga 6 utilizando:

a) cuatro cuatros.
b) cinco cincos.
c) seis sieses.
d) siete sietes.
e) ocho ochos.

NOTA.- Por si te sirve de ayuda, yo con tres treses lo he hecho de estas dos formas:
3x3-3=6 *y* $\sqrt{3x3} + 3 = 6$

2.- Nahi dituzuen eragiketak erabiliz 6 lortu behar duzue emaitzaz:

a) Lau 4-rekin
b) Bost 5-ekin
c) Sei 6-rekin
d) Zazpi 7-rekin
e) Zortzi 8-rekin

Laguntza moduan, nik hiru 3-rekin bi modu hauetan lortu dut: 3 . 3 - 3 = 6

+ 3 = 6

Solución:

a) $4+\frac{4+4}{4}=6$

b) $5+\frac{5+5-5}{5}=6=\frac{5 \text{ x } 5}{5}+\frac{5}{5}$

c) $6+\frac{6+6-6-6}{6}=6$

d) $7+\frac{7+7-7-7-7}{7}=6=\frac{7 \text{ x } 7 \text{ x } 7}{7 \text{ x } 7}-\frac{7}{7}$

e) $8+\frac{8+8-8-8-8-8}{8}=6$

3.-¿Cuántos hijos y de qué edades?
Verás. los tengo de tres edades distintas. El mayor es todavía menor de edad y sus años son múltiplo de seis. La suma de los años de mis hijos es 28. El más pequeño será el primero en celebrar su cumpleaños y cumplirá la mitad de los que cumple el mayor. ¿Sabes ya sus edades?

3. - Zenbat seme duzu eta ze adinetakoak?
- Ba, hiru ditut eta hiruak adin ezberdinekoak. Zaharrena ez da oraindik iritsi adinarora edo "mayoría de edad" delakora. eta bere adina 6-aren multiploa da. Hiru adinen batura 28 da. Urtebetetzea lehenik ospatuko duena gazteena da eta beteko duen adina zaharrenaren erdia da. Kalkula al ditzakezue adinak?

Solución:

La edad del mayor ha de ser 6 años ó 12 años. Si el mayor tuviera 6 años, el más pequeño tendría 2 años y la suma de las tres edades no podría ser 28 años. Luego la edad del mayor es 12 años, la del menor es 5 años y la del mediano 11 años.

4.- Tenemos nueve bolas con el mismo aspecto exterior, de ellas ocho son iguales y la otra más pesada que las demás. Con una balanza tipo Roberval se puede encontrar la bola desigual con solo dos comparaciones. ¿Cómo lo harías?

4.- Itxura berdineko bederatzi bola dauzkagu, zortzi berdinak eta bestea lehengoak baino pisu handiagokoa. Roverbal motatako balantza bat erabiliz bi konparaldi besterik ez dugu behar bola ezberdina aurkitzeko. Nola egingo zenukete?

Solución:

Hacemos tres lotes, de tres bolas cada uno, y les llamamos 3a, 3b y 3c. Comparamos 3a y 3b. Puede ocurrir:

a) que pesen lo mismo b) que pesen diferente

a) Si pesan lo mismo, entonces la bola más pesada está en el lote 3c. LLamamos c1, c2 y c3 a las tres bolas de este lote y comparamos con la balanza c1 y c2.

- Si pesan lo mismo, entonces c3 es la que pesa más.
- Si pesan diferente, la que pesa más es la que buscamos.

b) Si pesan diferente, entonces la defectuosa está en el lote que pesa más y procedemos como en el caso anterior.

5.- ¿Cuántas páginas tiene un libro en cuya paginación se han utilizado 3901 dígitos? Si sumamos los números de todas las páginas ¿Cuánto nos da?

5.- Liburu baten orrialdeak zenbakitzeko 3901 digitu erabili dira. Zenbat orrialde dauka? Zein da orrialde guztien zenbakien batura?

Solución:

1,......., 9, 10, ...99, 100, ..., 999, 1.000, ... 3.901

En las páginas del 1 al 9 hay		9 dígitos
En las páginas del 10 al 99 hay	90 x 2 =	180 dígitos
En las páginas del 100 al 999 hay	900 x 3 =	2.700 dígitos
	Total:	2.889 dígitos

3.901 - 2.889 = 1.012 dígitos en las páginas de 4 dígitos:
1012:4=253 páginas de cuatro dígitos

número de páginas total: 999 + 253 = 1.252

Suman: $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 1.251 + 1.252$
$S = 1.252 + 1.251 + 1.250 + \ldots + 2 + 1$

$$2S = (1.252+1) \times 1.252 \quad \text{Luego } S = \frac{1.253 \times 1.252}{2} = 784.378$$

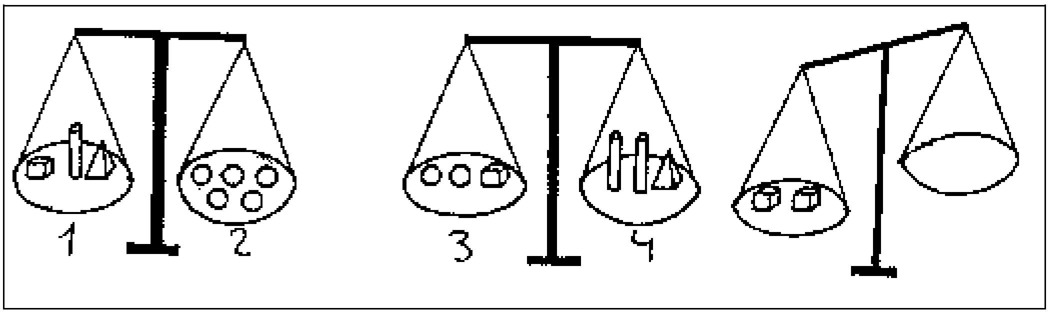
6.- Calcular cuánto mide el área del portero (la pequeña) del campo de balonmano que tenemos aquí al lado utilizando la regla de papel de un metro que os han dado.

6.- Eman dizuten metro bateko erregela erabiliz, kalkula ezazue ondoko eskubaloi zelaiaren atezain-arearen (txikia) azalera.

Problemas propuestos en la VIII Olimpiada Tornamira

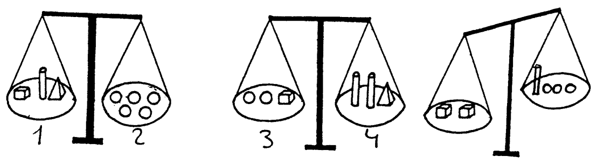
1.- Las dos primeras balanzas están equilibradas. ¿Qué elementos, que no sean cubos, hay que poner en el platillo derecho de la tercera balanza para equilibrarla?

1.- Bi lehen balantzak orekan daude. Kuboak ez diren zein elementu jarri beharko dugu eskuineko plateran hirugarren balantzan oreka lortzeko?



Solución:

La suma de las balanzas 1 y 3 será igual a la suma de las balanzas 2 y 4. Si eliminamos los elementos iguales en ambos términos veremos claramente que la solución sería:



2.- Dos hermanos decidieron correr una carrera de 100 metros. El mayor ganó por tres metros, es decir, cuando el mayor llegó a la meta el menor había andado 97 metros.
Deciden correr a la vez, pero ahora el hermano mayor va a empezar 3 metros detrás de la linea de salida. Suponiendo que los dos corren como la vez anterior, ¿quién ganará esta vez?

2.- Ehun metroko lasterketa egin erabaki zuten bi anaiak. Zaharrak 3 metrogatik irabazi zuen, hau da, zaharra helburua heldu zenean gazteak 97 metro eginda zituen.
Lasterketa berriro egin nahi dute, bainan oraingoan zaharra hasiera marratik hiru metro lehenagotik hasiko da. Lehenbizikoan bezain azkar ibiltzen baldin badira, nork irabaziko du?

Solución:

Cuando el mayor recorre 100 metros, el pequeño recorre 97 metros.
En la segunda carrera, cuando el mayor recorre 103 metros, el pequeño recorre (103 x 97)/100 = 99'91 metros, es decir que el mayor habría llegado a la meta y al pequeño le faltarían 9 centímetros. Sigue ganando el mayor.

3.- En una ciudad los 2/3 de los varones están casados con los 3/5 de las mujeres. Si nunca se casan con forasteros, ¿cuál es la proporción de solteros de la ciudad?

3.- Hiri batean gizonen arteko 2/3-ak emakumeen arteko 3/5-ekin ezkonduta daude. Bertako biztanleak kanpokoekin ez direla inoiz ezkontzen kontutan hartuta, zein da hiriko ezkongabeen proporzioa?

Solución:

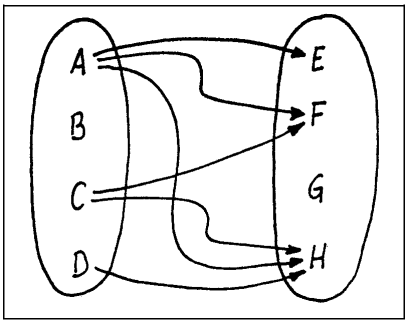
2/3 del número de varones es igual a 3/5 del número de mujeres, es decir, la razón de número de varones y número de mujeres es 9/10.
Cada 10 mujeres hay 9 hombres.
3/5 de 10 = 2/3 de 9 = 6 .
De 10 mujeres, se casan 6 y 4 quedan solteras.
De 9 hombres, se casan 6 y 3 quedan solteros, luego la proporción de solteros es 7/19.

Otra solución:

x = número de mujeres, y = número de varones
$2/3\ y = 3/5\ x$ $\quad y = 9/10\ x$ $\quad$ Población total: $x + y = 19/10\ x$
Solteros $1/3\ y + 2/5\ x = 3/10\ x + 2/5\ x = 7/10\ x$
Proporción solteros de la ciudad: $7/10\ x : 19/10\ x = 7/19$.

4.- El siguiente diagrama relaciona según la edad a ocho niños: Amaia(A), Beatriz(B), Claudio(C), Daniel(D), Elena(E), Fermín(F), Gorka(G) y Héctor(H), del siguiente modo: de los del grupo de la izquierda sale una flecha hacia todos los que son más jóvenes en el otro grupo. ¿Se puede ordenar a todos ellos de mayor a menor edad? (Las edades son todas diferentes).

4.- Ondoko diagramak erlazionatzen ditu adinaren arabera zortzi haur: Amaia(A), Beatriz(B), Claudio(C), Daniel(D), Elena(E), Fermín(F), Gorka(G) eta Héctor(H), era honetan: ezkerreko taldekoetatik gezi bana ateratzen da beste taldekoen artean bera baino gazteagoak diernerantz. Ordena ahal daitezke zortziak gazteenetik zaharreneraino? (Adin guztiak desberdinak dira).



Solución:

- B es el menor porque no es mayor que ninguno.
- G es el mayor porque ninguno es mayor que él.
- A es el 2º mayor porque es mayor que E,F y G.
- E es el tercer mayor porque sólo A es mayor que él.
- C es el 4º mayor porque es mayor que F y H.
- F es el 5º mayor porque sólo C y A son mayores que él.
- D es el 6º mayor porque es mayor que H.
- H es el 7º mayor porque A, C y D son mayores que él.

El orden es: G > A > E > C > F > D > H > B

5.- Un vehículo que va por la carretera a velocidad constante se encuentra con un hito kilométrico de dos cifras diferentes. Al cabo de una hora se encuentra con el hito que tiene las mismas cifras que el anterior pero en orden inverso. Pasada otra hora se encuentra con el hito que tiene las mismas cifras que el primero pero con un cero intercalado. ¿Cuáles son esas cifras y a qué velocidad marcha?

5.- Abiadura konstantez dabilen ibilgailu bat pasatzen da bi zifra desberdinez osaturiko mugarri kilometriko batetik. Ordu bat pasa eta lehengoaren zifra berberak alderantziz idatzita dituen mugarritik pasatzen da. Beste ordu bat pasa eta lehenbizikoaren zifrak zero bat erdian sartuta dituen mugarrira iristen da. Zeintzu dira zifra horiek? Zein abiaduraz dabil?

Solución:

Hitos:	ab	ba	a0b
	10a+b	10b+a	100a+b

Como la velocidad es constante, el espacio recorrido entre hitos en el mismo tiempo (1 hora) será el mismo: $10b+a - (10a+b) = 100a+b - (10b+a)$

Operando: $9b - 9a = 99a - 9b$; $18b = 108a$; $b = 6a$. $a = 1$; $b = 6$;

Luego los hitos mencionados serán: 16, 61, 106 y va a una velocidad de 45 km/h.

6.- Teniendo en cuenta que para sembrar 35 m^2 de terreno es necesario un kilo de semillas de césped, ¿cuántos kilos de semillas necesitamos para sembrar el terreno que tenéis marcado a la entrada del colegio?

NOTA.- Realizad un croquis del citado terreno e indicad con claridad las medidas y el proceso de cálculo utilizados.

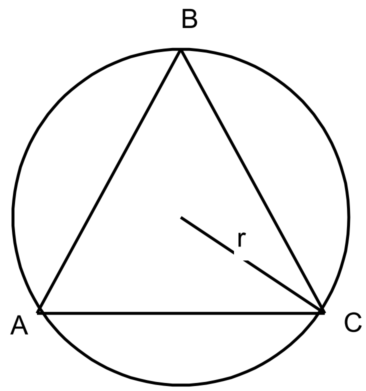
6.- 35 m^2 dituen eremu bat ereiteko kilo bat soropil-hazi behar badira, zenbat kilo behar izango dugu ikastetxearen sarreran markatuta dagoen eremua ereiteko?

OHARRA.- Aipatutako eremuaren eskema egin eta argiro azal itzazue erabilitako neurriak eta kalkulu-prozesua.

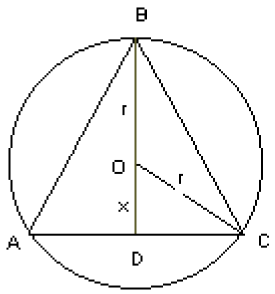
Problemas propuestos en la IX Olimpiada Tornamira.

1.- Calcular el radio de la circunferencia sabiendo que $\overline{BC} = 50$ y $\overline{AC} = 60$.

1.- Ondoko zirkunferentziaren erradioa kalkula ezazue, BC=50 eta AC=60 izanik.



Solución:



Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo BDC obtenemos que $\overline{BD} = x + r = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40$

Aplicando el mismo Teorema al triágulo ODC tendremos que $x^2 + 30^2 = r^2$

De las dos relaciones anteriores r = 31,25

2.- Cuatro números primos tienen la siguiente estructura:

AA ; BAB ; BACD ; AAAC

Sabiendo que cada letra representa una cifra y que letras iguales corresponden a cifras iguales, ¿cuáles son esos números?

2.- Lau zenbaki lehenek ondoko itxura dute:

AA ; BAB ; BACD ; AAAC

Baldin hizki bakoitzak zifra bana ordezkatzten badu eta hizki berdinek zifra berbera ordezkatzten badute, zeintzu dira zenbakiak?

Solución:

AA ; BAB ; BACD ; AAAC números primos.

A, B, C y D representan a cifras impares.

Para que AA sea primo, A tiene que ser 1.

Si 111C es primo, C no puede ser 3 ni 9 ya que 111C sería múltiplo de 3. C no puede ser 5 porque 111C sería múltiplo de 5. Luego C = 7.

Si B1B es primo, B no puede ser 5. B tendrá que ser 3 ó 9.

Si B = 3 , entonces D = 9 y el número BACD = 3179 es múltiplo de 11. Como esto no puede ser porque BACD es primo, entonces:

B = 9 y D = 3. Los números son: 11 ; 919 ; 9173 ; 1117.

3.- Cuatro vacas negras y tres vacas marrones dan tanta leche en cinco días como tres vacas negras y cinco marrones en cuatro días. ¿Qué clase de vaca da más leche, la marrón o la negra?

3.- Bost egunetan lau behi beltz eta hiru behi marroiek ematen dute lau egunetan hiru behi beltz eta bost behi marroiek adina esne. Zein behi mota da esnetsuena?

Solución:

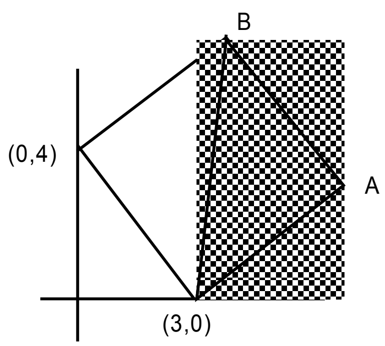
Llamamos "n" a la cantidad de leche que da una vaca negra en un día.
Llamamos "m" a la leche que da una vaca marrón en un día.

Entonces: 20 n + 15 m = 12 n + 20 m. ; 8 n = 5 m $\frac{n}{m} = \frac{5}{8}$

Da más leche la vaca marrón.

4.- Dado el siguiente cuadrado, calcular el área del triángulo sombreado e indica las coordenadas de los puntos A y B.

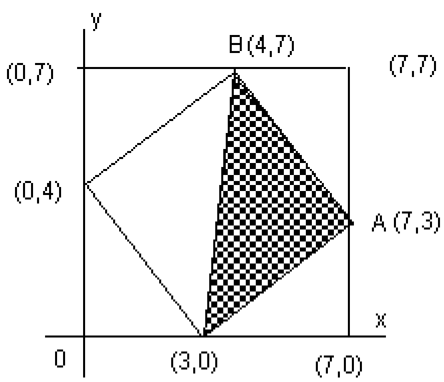
4.- Ondoko karratua emanik, hiruki ilunaren azalera kalkulatu eta A eta B puntuen koordenatuak eman itzazue.



Solución:

El lado AB = 5 u.
El área del cuadrado = 25 u^2.

El área del triángulo sombreado será la mitad del área del cuadrado .



5.- Dos jugadores dicen alternativamente un número del 1 al 5 y se van sumando todos los números dichos. El primer jugador que alcanza 33 gana. ¿Qué número es mejor decir si sales tú?

5.- Bi jokalarik txandaka esaten dute 1 eta 5en arteko zenbaki bat eta esandako zenbaki guztien batura kalkulatzen da. 33ra iristen den lehenbizikoa, irabazle. Zein zenbaki esan behar duzu zeu hasten bazara esaten?

Solución:

Una buena forma de abordar este tipo de problemas es partir de la última jugada.

Supongamos que los dos jugadores son A y B.

Para que A pueda escribir 33, B habrá escrito 28, 29, 30, 31 ó 32.

Si el jugador A escribe 27, entonces gana.

Si el jugador A escribe 21, gana; y si escribe 15 y si escribe 9 y si escribe 3, entonces gana.

La secuencia ganadorá será: 3 , 9 , 15 , 21 , 27 y 33

Problemas propuestos en la X Olimpiada Tornamira

1.- Cuatro amigos asisten al cine pero sólo tres han pagado la entrada. El portero les pregunta para saber quén es el que no la ha pagado.
- Yo no he sido, dice Kepa.
- Ha sido Juan, dice Asier.
- Ha sido Luis, dice Juan.
- Asier miente, dice Luis.
Sabiendo que sólo uno de ellos miente. ¿Quién no ha pagado la entrada?

1.- Lau lagun zinera doaz bainan hiruk bakarrik ordaindu dute sarrera. Atezainak galdetzen die nork ordaindu ez duen jakiteko.
- *Ni ez naiz izan*, Kepak dio.
- *Juan izan da*, Asierrek dio.
- *Luis izan da*, Juanek dio.
- *Asierrek gezurra esan du*, Luisek dio.
Gezurra batek bakarrik esan duela jakinik. Nork ez du ordaindu sarrera?

Solución:

No son posibles a la vez las afirmaciones "Ha sido Juan" y "Ha sido Luis", luego Asier o Juan mienten.
Luis, por tanto, no miente.
Asier miente.
Juan dice la verdad, luego **ha sido Luis**.

2.- La matrícula de mi coche tiene un número de cuatro cifras que es un cuadrado perfecto, tiene las dos primeras cifras iguales y las dos últimas también iguales. ¿Cuál es el número?

2.- Nere automobilaren matrikulak daukan lau zifratako zenbakia karratu perfektu da, bere bi lehen zifrak berdinak dira eta azken biak berdinak dira ere. Zein da zenbakia?

Solución:

Representamos el número con: aabb
aabb=1100a + 11b = 11(100a + b)
El número 100a + b = a0b ha de ser producto de 11 por un cuadrado perfecto.
a0b, tiene tres cifras y la del medio es 0.
Se pueden seguir distintas estrategias, por ejemplo:

a) Probar los productos de 11 por cuadrados perfectos a partir de 16 y encontramos: 11 x 64 = 704.
El número buscado es 7.744 = 88^2

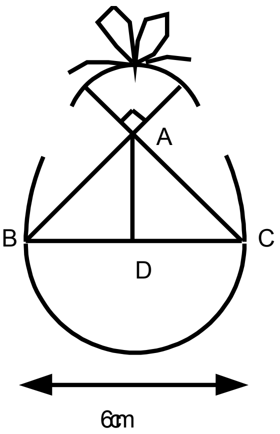
b) Los cuadrados perfectos terminan en: 1, 4, 5, 6, 9. y a+b ha de ser 11 por ser a0b múltiplo de 11. Las posibles soluciones para a0b son:

704 = 11 x 64 ; 605 = 11 x 55 ; 506 = 11 x 46 ; 209 = 11 x 19

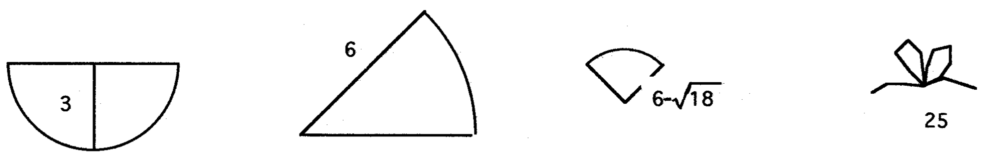
El único producto de 11 por un cuadrado perfecto es 704.
El número buscado es 7.744 = 88^2

3.- ¿Cuál es la longitud total de la cinta que rodea a este huevo sabiendo que para el nudo se necesitan 25 cm.?
NOTA: El dibujo del huevo está formado por cuatro arcos de circunferencia con centros en A, B, C y D y el ángulo señalado en A es recto.

3.- Zein da arraultza hau inguratzen duen xingolaren luzeera, korapiloa egiteko 25 zm. behar direla jakinik?
OHARRA.- Arraultza, A, B, C eta D zentrodun lau zirkunferentzi-arkuz osaturik dago, eta A-n markatutako angelua zuzena da.



Solución:



long. 1 = 3π long. 2 = $\frac{6\pi}{4}$ long. 3 = $\frac{(6-\sqrt{18})\pi}{2}$ long. 4 = 25

Longitud cinta= long.1 + 2long.2 + long.3 + long.4 = $3\pi + 3\pi + \frac{(6-\sqrt{18})\pi}{2} + 25 = (9 - \frac{3\sqrt{2}}{2})\pi + 25$ cm

4.- Encontrar A, B, y C de modo que cada número sea la media aritmética de los dos que le rodean.

4.- Kalkulatu A, B eta C balioak non zerrenda honen zenbaki bakoitza, bere aurreko eta ondoko bi zenbakien batezbesteko aritmetikoa den.

5	A	B	26	C

Solución:

2A = 5 + B
2B = A + 26

54 = B + C Resolviendo el sistema : A = 12 ; B = 19 y C = 33.

5.- Un señor va al mercado a comprar aceite, leche y vino. Para ello llava 9 recipientes cuya capacidade es: 3, 6, 10, 11, 15, 17, 23, 25, y 30 litros respectivamente.
Compra el doble de vino que de aceite y triple de lecha que de vino. Todos sus recipientes están completamente llenos salvo uno que está vacío. ¿Podéis indicar, razonando la respuesta, qué recipientes ha utilizado para cada producto?

5.- Gizon bat azokara joan da olioa, esnea eta ardoa erostera. Honetarako 9 ontzi eraman ditu, 3, 6, 10, 11, 15, 17, 23, 25 eta 30 litrokoak hain zuzen.
Ardoa, olio kopuruaren bikoitza erosi du, eta esnea, ardo kopuruaren hirukoitza. Ontzi guztiak, bat ezik, bete beterik daude. Esan al dezakezue, zergatia explikatuz, zein ontzi erabili duen gauza bakoitzarako?

Solución:

Si llamamos "a" al número de litros de aceite:
litros de aceite = a ; litros de vino = 2a ; litros de leche = 6a.
El número de litros total que adquiere es un múltiplo de 9.
La capacidad total de los recipientes es: 140 litros.

Hay que eliminar uno de forma que la capacidad resultante sea un número múltiplo de 9.
El que tenemos que quitar no es múltiplo de tres:

140 - 10 = 130 no es múltiplo de 9
140 - 11 = 129 no es múltiplo de 9
140 - 17 = 123 no es múltiplo de 9
140 - 23 = 117 sí es múltiplo de 9
140 - 25 = 115 no es múltiplo de 9

Por lo tanto queda vacío el recipiente de 23 l, y los otros 8 recipientes sumarán 117 litros.
Como 117 = 9 x 13

Producto	Cantidad (litros)	Recipientes (en litros)
Aceite	13	3 + 10
Vino	26	11 + 15
Leche	78	6 + 17 + 25 + 30

6.- Cuando se hizo el kiosco octogonal de este Colegio hubo un error de medición por lo que se compraron menos baldosas de las necesarias para cubrir totalmente su suelo.
Con ayuda de esta cuerda de 1 m. de longitud y de esta regla, haced las mediciones y cálculos necesarios para determinar el número de baldosas, iguales a las que hay, que deberíamos añadir para cubrir totalmente el suelo de dicho kiosco.

6.- Ikastetxe honetako kiosko oktogonala eraiki zutenean, gaizki kalkulatu zuten eta bere lurra estaltzeko behar ziren baldosak baino gutxiago erosi zuten.
Metro bateko soka hau eta erregela hau direla medio, kioskoaren lurra erabat estaltzeko zenbat baldosa (dauden mota berberakoak) gehitu beharko genukeen jakiteko, egin itzazue behar diren neurketa eta kalkuluak.

Problemas propuestos en la XI Olimpiada Tornamira

1.- Disponemos únicamente de un recipiente de 8 litros lleno de agua y de dos recipientes vacíos de 5 y 3 litros. ¿Cómo podemos conseguir 4 litros en uno de los recipientes?

1.- Badaukagu bakarrik 8 litroko katilu bat urez beteta, eta beste bi hutsik 5 eta 3 litrokoak. Nola lor dezakegu 4 litro izan katilu batean? 2.- Aurkitu bi zenbaki zeinenentzat bere batura, kendura eta biderkadura batukatuz, emaitza 85 lortzen dugun.

Solución:

Estado de cada recipiente (en litros)		
A (8)	B (5)	C (3)
8	0	0
3	5	0
3	2	3
6	2	0
6	0	2
1	5	2
1	4	3

En el recipiente B hemos conseguido tener 4 litros.

Otra solución será:

Estado de cada recipiente (en litros)		
A (8)	B (5)	C (3)
8	0	0
5	0	3
5	3	0
2	3	3
2	5	1
7	0	1
7	1	0
4	1	3

En el recipiente A hemos conseguido dejar 4 litros.

2.- Encontrar dos números naturales tales que al sumar, la suma de los dos más su diferencia más su producto, obtengamos 85.

2.- Aurkitu bi zenbaki zeinenentzat bere batura, kendura eta biderkadura batukatuz, emaitza 85 lortzen dugun.

Solución:

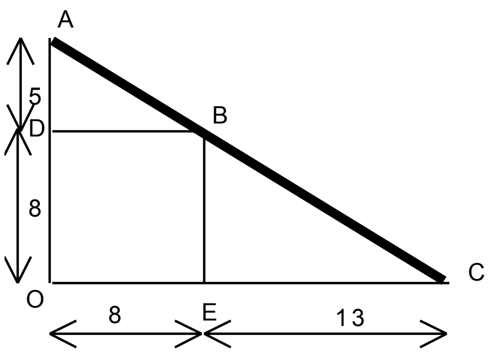
Sean a y b dichos números.

$a + b + a - b + a \times b = 2a + a \times b = a(2+b) = 85 = 17 \times 5$; $a(2+b) = 17 \times 5$

Las dos posibles soluciones serán: $a = 17$; $b = 3$ y $a = 5$; $b = 15$

3.- Tras haber explicado el cálculo de áreas a sus alumnos, el profesor les propone el siguiente ejercicio: ¿Podríais decir, justificando la respuesta, si los puntos A, B, y C de la figura adjunta están el la misma recta?

3.- Azaleren kalkulua azaldu ondoren, irakasleak proposatzen die ikasleei problema hau: Esan al dezakezue, zergatia azalduz, ondoko irudiko A, B eta C puntuak zuzen berberan dauden ala ez?
OHARRA: *markatutako angeluak zuzenak dira.*



Solución:
Por tratarse de un ejercicio de áreas lo resolvemos así:
Si los puntos A, B, C están alineados, el área del triángulo AOC será igual a la suma de las áreas de los triángulos ADB y BEC más la del cuadrado ODBE.
El área de AOC = 136'5
área ADB + área BEC + área ODBE = 20 + 64 + 52 = 136.
No están alineados los puntos A, B, C.

Otra solución:

Si A, B, C están alineados, debería cumplirse la proporción: $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{EC}}$

No se cumple porque 8 x 8 $\neq$ 5 x 13
No están alineados los puntos A, B, C.

4.- Disponemos de dos tipos de cubos, unos de 3 cm. de arista y los otros de 7 cm. de arista. Colocando todos los cubos uno encima de otro obtenemos una pila de 5'2 m. de alto. Si queremos llenar todos los cubos con agua, necesitamos 10 litros. ¿Cuál es el número total de cubos de que disponemos?

4.- Bi motatako kubo batzuk dauzkagu, mota batekoek aldea 3 zm.koa dute, eta bestekoek 7 zm.koa. Bat bestearen gainean kokatuta, 5,2 m.ko pila bat lortzen da, eta kubo guztiak urez bete nahi baditugu 10 litro behar dira. Zenbat kubo daukagu?

Solución:

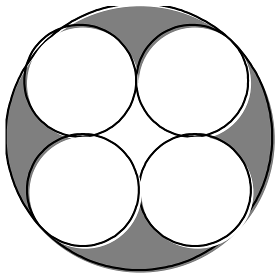
Llamamos: "x" al número de cubos de arista 3 cm.
"y" al número de cubos de arista 7 cm.

Resolviendo el sistema $\begin{cases} 3x + 7y = 520 & (\text{ altura }) \\ 27x + 343y = 10.000 & (\text{ volumen }) \end{cases}$ obtenemos que x = 129 ; y = 19

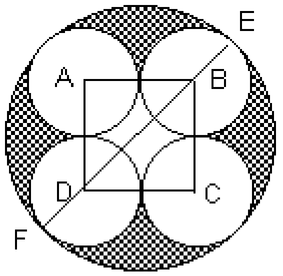
Luego disponemos de 129 cubos de arista 3 cm y 19 cubos de arista 7 cm.

5.- Circunferencias tangentes:
En la figura adjunta el radio de las circunferencias pequeñas es de 5 cm. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia grande? ¿Cuánto mide el área sombreada?

5.- Zirkunferentzia ukitzaileak:
Ondoko irudian zirkunferentzia txikien erradioa 5 zm.koa da. Zenbat neurtzen du zirkunferentzia handiaren erradioak? Zein da azalera ilunduaren neurria?



Solución:



$\overline{AB} = 2r = 10$; $\overline{AD} = 10$; Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo ABD obtendremos que $\overline{BD} = 10\sqrt{2}$.

$\overline{FE} = \overline{FD} + \overline{DB} + \overline{BE} = 5 + 10\sqrt{2} + 5 = 10 + 10\sqrt{2}$

Luego el radio de la circunferencia grande = $\dfrac{\overline{FE}}{2} = 5 + 5\sqrt{2}$ cm.

El área de la superficie no sombreada será la del cuadrado ABCD más el área de tres círculos pequeños, en total ($100 + 75\pi$) cm^2.
El área del círculo grande es ($75 + 50\sqrt{2}$)π cm^2.
El área sombreada = ($75 + 50\sqrt{2}$)π - ($100 + 75\pi$) = ($50\sqrt{2}\,\pi - 100$) cm^2.

6.- En el recinto deportivo encontrareis una zona cubierta cuyo techo descansa en 8 columnas cilíndricas iguales. El perímetro de la base de cada columna es 8/25 de su altura. Se ha decidido pintar las columnas aplicándoles dos manos de pintura. Al dar la primera mano se gasta medio kilogramo de pintura por cada metro cuadrado, y al dar la segunda un 20% menos que en la primera. ¿A cuánto ascenderá el gasto total si el precio de la pintura es de 950 pesetas por kilogramo?
NOTA.- *En la base de cada columna encontrareis una cuerda de 1 metro de longitud.*

143.- Ikastetxe honetako kirol eremuko alde estalian badaude 8 zutabe zilindriko berdinak. Haien oinarriaren perimetroa altueraren 8/25 da. Zutabeak margotu nahi dituzte margoz bi eskualdi emanez. Lehenengo eskualdia ematean metro karratuko kilogramo erdi bat margo erabiltzen da, eta bigarrenean, lehenengoan baino %20 gutxiago. Margoaren prezioa kilogramoko 950 pezeta dela jakinda, zein izango da gastu orokorra?
OHARRA.- *Zutabe bakoitzaren oinean aurkituko duzue metro bateko soka bat.*

Problemas propuestos en la XII Olimpiada Tornamira

1.- ¿Cuántas frases verdaderas hay en el siguiente cuadro?

En este cuadro hay exactamente una frase verdadera.
En este cuadro hay exactamente una frase falsa.
En este cuadro hay exactamente dos frases verdaderas.
En este cuadro hay exactamente dos frases falsas.

NOTA.- Tened en cuenta que puede haber más de una respuesta correcta.

1.- Zenbat egiazko esaldi dago ondoko laukian?

Lauki honetan ba dago egiazko esaldi bat zehatz mehatz.
Lauki honetan ba dago gezurrezko esaldi bat zehatz mehatz.
Lauki honetan ba dago egiazko bi esaldi zehatz mehatz.
Lauki honetan ba dago gezurrezko bi esaldi zehatz mehatz.

OHARRA.- Erantzun zuzen bat baino gehiago egon daitekela kontutan izan ezazue.

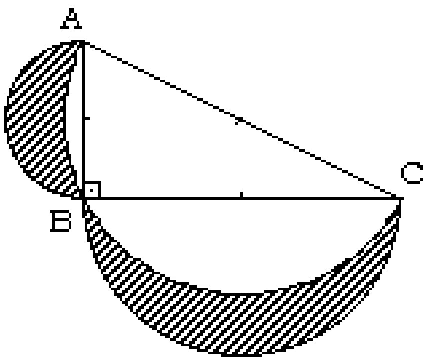
Solución:

Hay dos soluciones:

a) Solo la primera es cierta.

b) Las dos últimas frases son ciertas.

2.- Teniendo en cuenta que las semicircunferencias que aparecen en el dibujo tienen sus centros en los puntos medios del triángulo rectángulo, comparar el área del triángulo y el área total de las *lúnulas* (partes sombreadas).



2.- Irudian dauden erdizirkunferentzien zentruak triangelu angeluzuzenaren aldeen erdiko puntuak direla jakinda, konparatu triangeluaren azalera eta *lunulen* (zati marratuak) azalera osoa.

Solución:

El área de las lúnulas es igual a la suma del área del triángulo más las de los semicírculos de diámetros AB y BC, menos el área del semicírculo AC.

Si llamamos $\overline{AB} = 2a$ y a $\overline{BC} = 2b$, por el Teorema de Pitágoras, el lado $\overline{AC} = 2\sqrt{a^2 + b^2}$

El área de las lúnulas = área del triángulo ABC + área del semicírculo de radio a + área del semicírculo de radio b – área del semicírculo de radio $\sqrt{a^2 + b^2}$ = $2ab + \frac{1}{2}\pi a^2 + \frac{1}{2}\pi b^2 - \frac{1}{2}\pi (a^2 + b^2) = 2ab$ = área del triángulo ABC.

3.- El banquero ha dejado olvidado el código de la caja fuerte dentro de ésta. Afortunadamente recuerda que dicho código consta de nueve cifras distintas, todas excepto el cero. Además, sabe que, a partir de la izquierda:
- El número formado por la primera y la segunda cifra es múltiplo de dos.
- El número formado por la segunda y la tercera cifra es múltiplo de tres.
- El número formado por la tercera y la cuarta cifra es múltiplo de cuatro.
....y así sucesivamente, hasta
- El número formado por la octava y la novena cifra que es múltiplo de nueve.
Con estos datos encuentra dos posibilidades. ¿Cuáles son?

3.- Bankariak kutxa gotorraren kodea barnean ahaztu du. Zorionez, ba daki bederatzi zifra desberdinez osaturik dagoela, denak zeroa ezik. Horrez gain ba daki, ezkerretik hasita:
- Lehen eta bigarren zifrek osatzen duten zenbakia biaren multiplo dela.
- Bigarren eta hirugarren zifrek osatzen duten zenbakia hiruaren multiplo dela.
- Hirugarren eta laugarren zifrek osatzen duten zenbakia lauaren multiplo dela.
.....eta, hurrenez hurren...
- Zortzigarren eta bederatzigarren zifrek osatzen duten zenbakia bederatziaren multiplo dela.
Datu hauekin guztiekin bi posibilitate aurkitu ditu. Zeintzuk dira?

Solución:

La 4º y 5ª cifra forman un número múltiplo de cinco, luego la 5ª es 5.
La 6ª, es 4 (54 múltiplo de 6) , la 7ª es 9, (49 múltiplo de 7) la octava es un 6 y la 9ª es 3.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
				5	4	9	6	3

Quedan 1, 2, 7 y 8. En el 2º habrá un 2 ó un 8 y en el 4º lugar un 8 ó un 2 respectivamente.
Si en el segundo lugar hay un dos, en el tercero puede haber un uno o un siete.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
	2	7		5	4	9	6	3
	2	1						

Esto haría que 4º lugar estaría el 8, pero ni 18 ni 78 son múltiplos de 4. Por tanto, en 2º lugar habrá un 8 y en 4º lugar un 2.
Las dos posibles soluciones son:

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º

1	8	7	2	5	4	9	6	3
7	8	1	2	5	4	9	6	3

4.- El número de habitantes de la ciudad de Apton aumenta regularmente cada año un 10%, en cambio el número de habitantes de la ciudad de Lipton desciende regularmente cada año un 10%. Hace un año Apton tenía 6.561.000 habitantes. Dentro de dos años las dos ciudades tendrán exactamente el mismo número de habitantes. ¿Cuántos habitantes tenía la ciudad de Lipton hace dos años?

4.- Apton hiriko biztanle kopurua urtero erregularki %10 handitzen da, Lipton hirikoa, berriz, urtero erregularki %10 gutxitzen da. Duela urtebete bat Apton hiriak 6.561.000 biztanle zuen. Bi urte barru bi hiriek biztanle kopuru berdina izango dute. Zenbat biztanle zuen duela bi urte Lipton hiriak?

Solución:

A: número de habitantes de Apton hace 2 años
L: número de habitantes de Lipton hace 2 años.

	Hace 2 años	Hace 1 año	Hoy	Dentro de 1 año	Dentro de 2 años
Apton	A	6.561.000	6.561.000 x 1,1	6.561.000 x $(1,1)^2$	6.561.000 x $(1,1)^3$
Lipton	L	L x 0,9	L x $(0,9)^2$	L x $(0,9)^3$	L x $(0,9)^4$

$6.561.000 \times (1,1)^3 = L \times (0,9)^4$ pues dentro de dos años coincide su número de habitantes.

Por lo que L = 13.310.000 habitantes tenía Lipton hace dos años

5.- He realizado un examen a los 35 estudiantes de la clase y ha resultado que la media de las calificaciones de las chicas es 6 y la de los chicos es 4,75. Sabiendo que la media de todos los estudiantes de la clase es de 5,25, ¿Cuántas chicas hay en la clase?

5.- Gelako 35 ikasleei azterketa bat jarri diet. Nesken noten batazbestekoa 6 izan da, eta mutilenena 4,75. Gelako ikasle guztien noten battezbestekoa 5,25 dela jakinda, zenbat neska dago gelan?

Solución:

Sea x el número de chicas de la clase, por lo que (35 – x) será el número de chicos.
Resolviendo la ecuación $6x + 4,75(35 - x) = 5,25 \bullet 35$ obtenemos que $x = 14$ $y = 21$
Por lo que en la clase hay 14 chicas y 21 chicos.

6.- Para mantener limpio el Polideportivo es necesario adquirir nuevas papeleras metálicas como las que encontraréis en su entrada. Las empresas del sector "Basurillas S.A." y "Papel-ERA" nos han presentado las siguientes ofertas:

- "Basurillas S.A." sólo cobra la cantidad de chapa necesaria a razón de 9.000 pta./m^2, salvo la correspondiente a la base, que, al ser más resistente, incrementa su precio en un 12%.
- "Papel-ERA" nos cobra 6.000 pta. por unidad menos un 6% por pronto pago.

¿Qué oferta elegiremos para conseguir las papeleras más baratas?

6.- Polikiroldegia txukun mantentzeko, bere sarreran dauden bezalako metalezko paperontzi berriak erosi behar ditugu. "Basurillas S.A." eta "Papel-ERA" sektoreko entrepresek ondoko eskaintza hauek aurkeztu dizkigute:

- "Basurillas S.A." delakoak kobratzen digu 9.000 pta./m^2 behar den xafla, oinarriari dagokiona izan ezik, zeren eta gogorragoa dela eta %12 garestiagoa baita.
- "Papel-ERA" delakoak 6.000 pta. aleko kobratzen digu, baina %6 beherapena egiten digu eskudiruz ordaintzeagatik.

Zein eskeintza aukeratuko dugu paperontzi merkeenak erosteko?